

数学外卖-导数与微分

张誉翔 戴云舒

2024 年 11 月 16 日

换元与分部积分类

例 1 $\int x \arctan x dx$

例 2 $\int x \ln(1+x^2) \arctan x dx$

例 3 $\int x^3 e^x dx$

例 4 $\int e^x \sin x dx$

例 5 $\int x e^x \sin x dx$

例 6 $\int \sqrt{\frac{x}{x+1}} dx$

例 7 $\int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{x+1}{x}} dx$

例 8 $\int \left(\sqrt{\frac{1-x}{1+x}} + \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \right) dx$

例 9 $\int \frac{x e^x}{\sqrt{e^x - 2}} dx$

例 10 $\int \frac{x^2}{(x^2 + a^2)^2} dx$

例 11 $\int e^{2x} \arctan \sqrt{e^x - 1} dx$

例 12 $\int \ln \left(1 + \sqrt{\frac{1+x}{x}} \right) dx$

例 13 $\int \frac{x e^x}{(1+x)^2} dx$

例 14 $\int \frac{x e^x}{(1+e^x)^2} dx$

例 15 $\int \frac{dx}{x(x^{10} + 1)}$

例 16 $\int \frac{1+x}{x(1+x e^x)} dx$

例 17 $\int \frac{1+x \cos x}{x(1+x e^{\sin x})} dx$

有理函数

例 18 $\int \frac{1}{(2x+1)^3} dx$

例 19 $\int \frac{x+1}{(2x^2+2x+1)^2} dx$

例 20 求 $D_n = \int \frac{1}{(x^2+a^2)^n} dx$ ($n \geq 2, a > 0$) 的递推式.

例 21 待定系数: $\frac{x}{(x+1)(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x+3}$.

例 22 待定系数: $\frac{2x+1}{(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3}$.

例 23 待定系数: $\frac{1}{x(x+1)(x^2+x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{Cx+D}{x^2+x+1}$.

例 24 $\int \frac{x}{(x-1)(x+1)(x^2+1)} dx$

例 27 $\int \frac{1}{x^4+1} dx$

例 25 $\int \frac{x^3}{(x-1)^{100}} dx$

例 28 $\int \frac{x^2+x}{x^6+1} dx$

例 26 $\int \frac{1}{x^4-1} dx$

有理类

例 29 $\int \frac{1}{\sin 2x+1} dx$

例 32 $\int \frac{\sin x \cos x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$

例 30 $\int \frac{1}{\sin^2 x + a \cos^2 x} dx$

例 33 $\int \frac{1}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$

例 31 $\int \frac{1+\sin x}{\sin x(\cos x+1)} dx$

例 34 $\int \frac{1}{\sin^6 x + \cos^6 x} dx$

技巧类

例 35 $\int \underbrace{\sqrt{x}\sqrt{x}\sqrt{\dots}\sqrt{x}}_{n \text{ 个根号}} dx$

例 37 $\int \sin(\ln x) dx$

例 38 $\int \cos(\ln x) dx$

例 36 $\int \frac{m \sin x + n \cos x + l}{\sin x + \cos x} dx \quad (m, n, l \in \mathbf{R})$

例 39 $\int e^{-|x|} dx$

感谢参加我们的讲座！麻烦填写一下反馈问卷，帮助我们之后更好地开展活动，谢谢！



外卖讲座反馈问卷

外卖官网: tongjimath.github.io

Bilibili: 一题 _ 撬动数学